деленных уравнений вида $x^2+y^2=z^2$. Но в геометрических задачах или в случае других приложений приходилось брать величины такими, какими они были, и если невозможно было найти рациональное решение, т. е. решение, выразимое точно в числах, то оставалось сделать следующие две вещи: 1) доказать, что искомые количества действительно не были рациональными и, перейдя к уравнениям, где заданые величины были уже иррациональными, классифицировать различные представляющиеся иррациональные количества; 2) в приложениях вычислять иррациональные количества с максимально возможным приближением.

Особенно много изысканий было произведено греками в первом направлении; мы уже привели пример исследований этого рода в решении Эвклидом уравнения $x^2+y^2=z^2$, и так как он его решил полностью, то нашел не только достаточные, но и необходимые условия для того, чтобы $\sqrt{x^2+y^2}$ и $\sqrt{x^2-y^2}$ были рациональными; он нашел, таким образом, что если условия эти не выполнены, то рассматриваемые корни иррациональны.

Гораздо менее сложно доказательство иррациональности $\sqrt{2}$, вероятно, очень старое и помещаемое ошибочно в некоторых изданиях в конце десятой книги „Начал". Отвлекаясь от геометрического способа представления его можно выразить приблизительно следующим образом: если имеем $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$, дроби, насколько возможно сокращенной), то имеем также $m^2=2n^2$, откуда следует, что m^2, а также и m четное число; так как $\frac{m}{n}$ представляет наипростейшую дробь, то n должно быть нечетным. Но если m — четное, то m^2 должно делиться на 4, в таком случае n^2 должно делиться на 2; т. е. n должно быть четным. Но так как n не может быть одновременно четным и нечетным, то $\sqrt{2}$ не может быть несократимой дробью.

Этим методом, как известно, пользуются вообще для доказательства, что корень целого числа не может быть дробью.

Ряд теорем восьмой книги „Начал" введен, вероятно, первоначально с этой целью; это относится, например, к шестой теореме, утверждающей,—хотя и в другой форме, — что степень несократимой дроби должна быть, в свою очередь, несократимой дробью. Таково, во всяком случае, общее доказательство, которым пользовались впоследствии, как это видно из комментария Эвтокия к Архимеду.

Однако Эвклид в десятой книге „Начал" дает еще общий способ проверки рациональности какой-нибудь величины или, — что сводится к одному и тому же—соизмеримости двух величин. Способ этот сводится к тому же алгорифму, с помощью которого находят общую наибольшую меру двух величин. Представив эти величины с помощью двух отрезков, наносят меньший из них b на больший до тех пор, пока не получится остаток c, меньший b, затем таким же образом наносят c на b и т. д.; если операцию